Балтийский государственный технический университет

“ВОЕНМЕХ” Им. Д.Ф.Устинова

Кафедра Е4

“Высокоэнергетические устройства автоматических систем”

Отчет по научно исследовательской работе студента (НИРС-1)

Выполнил: Лихошерстных И.А.

Группа: Е1М31

Санкт-Петербург

2019 г.

Содержание

1. Определение абсолютной и относительной ошибок произведения

Задача 1. Вычислить результат $(3{,}05 \pm 0{,}02)(4{,}41 \pm 0{,}04)$ и определить абсолютную и относительные ошибки произведения.

Вычислим относительную погрешность приближенных величин:

$$\delta_1 = \frac{0{,}02}{3{,}05} = 6{,}6 \cdot 10^{-3},$$

$$\delta_2 = \frac{0{,}04}{4{,}41} = 9{,}1 \cdot 10^{-3}.$$

При умножении приближенных чисел их значения перемножаются, а относительные погрешности складываются. Следовательно, приближенное значение x:

$$x = 3{,}05 \cdot 4{,}41 = 13{,}45 \approx 13{,}4,$$

относительная ошибка

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (6{,}6 + 9{,}1) \cdot 10^{-3} = 15{,}7 \cdot 10^{-3} \approx 0{,}016 = 1{,}6\ \%,$$

абсолютная погрешность

$$\Delta = x\delta = 13{,}4 \cdot 0{,}016 = 0{,}21 \approx 0{,}2.$$

Ответ: $13{,}4 \pm 0{,}2$, $\delta = 1{,}6\ \%$.

Задача 2. Вычислить $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ и определить абсолютную и относительные ошибки произведения, если $\sigma_1 = 568 \pm 8\ МПа$, $\sigma_2 = 360 \pm 6\ МПа$, $\sigma_3 = -470 \pm 8\ МПа$.

Обозначим частичные разности, как:

$$\sigma_a = \sigma_1 - \sigma_2 = (568 - 360) \pm (8 + 6) = 208 \pm 14,$$

$$\sigma_b = \sigma_2 - \sigma_3 = (360 - (-470)) \pm (6 + 8) = 830 \pm 14,$$

$$\sigma_c = \sigma_3 - \sigma_1 = (-470 - 568) \pm (8 + 8) = -1038 \pm 16,$$

найдем относительные погрешности частичных разностей:

$$\delta_a = \frac{14}{208} = 0{,}067 = 6{,}7\ \%,$$

$$\delta_b = \frac{14}{830} = 0,017 = 1,7\ \%,$$

$$\delta_c = \frac{16}{1038} = 0,015 = 1,5\ \%.$$

Вычислим квадраты частичных разностей и абсолютные погрешности полученных значений:

$$\sigma_a^2 = 208^2 \pm (208^2 \cdot 2 \cdot 0,067) = [43,3 \pm 5,8] \cdot 10^3,$$

$$\sigma_b^2 = 830^2 \pm (830^2 \cdot 2 \cdot 0,017) = [688,9 \pm 23,4] \cdot 10^3,$$

$$\sigma_c^2 = 1038^2 \pm (1038^2 \cdot 2 \cdot 0,015) = [1077,4 \pm 32,3] \cdot 10^3$$

значит, приближенное число, находящееся под корнем:

$$\sigma_\Sigma^2 = [(43,3 + 688,9 + 1077,4) \pm (5,8 + 23,4 + 32,3)] \cdot 10^3 = (1,810 \pm 0,061) \cdot 10^6.$$

Найдем относительную погрешность:

$$\delta_\Sigma^2 = \frac{0,061}{1,810} = 0,034 = 3,4\ \%.$$

найдем корень из суммы квадратов разностей:

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{1,810} \cdot 10^3 \pm \left(\sqrt{1,810} \cdot 10^3 \cdot \frac{0,034}{2} \right) = 1,3454 \cdot 10^3 \pm 23 = 1346 \pm 23,$$

относительная погрешность:

$$\delta_\Sigma = \frac{0,034}{2} = 0,017 = 1,7\ \%.$$

Возьмем такое количество знаков для константы $\frac{1}{\sqrt{2}}$ чтобы, относительная погрешность была много меньше δ_Σ, и ею можно было пренебречь. Возьмем три знака:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707,$$

вычислим относительную погрешность данной константы:

$$\frac{|0{,}7071 - 0{,}707|}{0{,}7071} = 0{,}00014,$$

таким образом, можем записать:

$$\sigma_i = 1346 \cdot 0{,}707 \pm 1346 \cdot 0{,}707 \cdot 0{,}017 = 952 \pm 16.$$

Ответ: 952 ± 16, $\delta = 1{,}7\ \%$.

2. Методика определения выборки экспериментальных данных

Цель работы:

Заключается в закреплении, углублении и расширении знаний студентов о точности измерения, а также практическое овладение методикой определения выборки экспериментальных данных.

Порядок выполнения работы:

Используя экспериментальные данные, рассчитать статистические характеристики исследуемой выборки по формулам. Далее анализируем выполненную работу, делаем выводы о близости полученного распределения к нормальному с помощью таблицы 2 и определяем достаточность числа опытов для обеспечения заданной погрешности.

Расчёты:

Результаты измерений диаметра $d_{шi}$ в месте разрушения образцов, испытанных растяжением представлены на таблице 1, а цилиндрический образец после испытания растяжением представлен на рисунке 1.

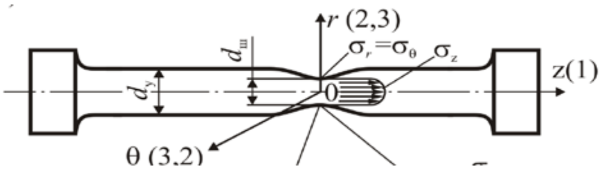

Рисунок 1 – Цилиндрический образец после испытания растяжением

Таблица 1 – Результаты измерений диаметра $d_{шi}$

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_{шi}$, мм	55,6	55,9	56,1	56,2	56,6	55,9	56,1	56,2	55,9	56,1

Несовершенство измерительных приборов и органов чувств человека, а часто и природа самой измеряемой величины приводят к тому, что при любых измерениях результаты получаются с определенной точностью, т.е. эксперимент дает не истинное значение измеряемой величины, а лишь ее приближенное значение.

Точность измерения определяется близостью его результата к истинному значению измеряемой величины.

Ошибки (*погрешности*) *измерений* характеризуются отклонением результатов измерений от истинного значения измеряемой величины. Ошибки делят на *грубые* (промахи), *систематические* и *случайные*.

Грубые ошибки возникают вследствие нарушения основных условий измерения или в результате недосмотра экспериментатора.

Систематические ошибки остаются постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины.

Случайной ошибкой является составляющая погрешности измерения, которая изменяется случайным образом, т. е. это ошибка измерения, остающаяся после устранения всех выявленных систематических и грубых ошибок.

Если измерения искомой величины y проведены много раз, то частоты появления z_k того или иного значения y_i можно представить в виде графика, имеющего вид ступенчатой кривой – гистограммы (рисунок 2).

Для построения гистограммы весь диапазон наблюдаемых значений ($y_{\min}$, $y_{\max}$) разбивают на определенное количество равных интервалов Δ_y и подсчитывают, сколько отсчетов m_k попало в k-й интервал. По оси абсцисс откладывают границы интервалов Δ_y, а по оси ординат соответствующие частоты появления z_k, определяемые по формуле:

$$z_k = \frac{m_k}{n}\,, \tag{1}$$

где n – количество измерений, наблюдений (размер выборки).

$$\Delta = y_{max} - y_{min}\,, \tag{2}$$

$\Delta = 56{,}6 - 55{,}6 = 1\,мм$.

Расчеты проведены в MathCad 15:

$m_1 = 1$; $m_2 = 6$; $m_3 = 2$; $m_4 = 1$ - четыре интервала;

$Z_1 = 0{,}1$; $Z_2 = 0{,}6$; $Z_3 = 0{,}2$; $Z_4 = 0{,}1$.

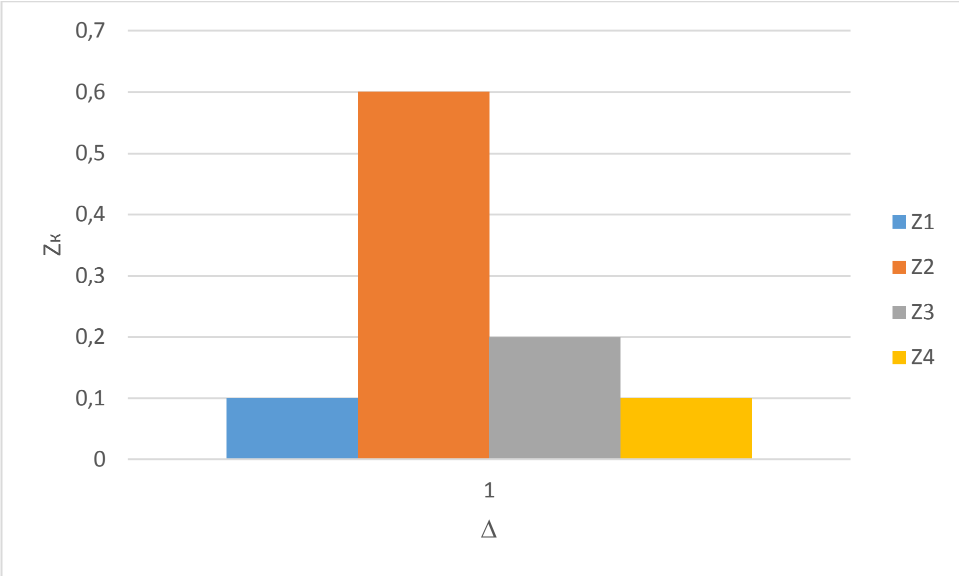

Рисунок 2 – Гистограмма, полученная по расчетам

С увеличением числа измерений ($n \to \infty$) и уменьшением интервала ($\Delta_y \to 0$) гистограмма переходит в непрерывную кривую, характеризующую плотность распределения вероятности $p(y)$ того, что величина y_i окажется в интервале Δ_y. Функция $p(y_i)$ характерна тем, что произведение $p(y_i)dy$ есть вероятность оказаться отдельному, случайно выбранному значению измеряемой величины в интервале $(y_i,\ y_i + dy)$. График плотности распределения вероятностей называется *кривой распределения*.

В общем случае эта вероятность может определяться различными законами распределений. В физических экспериментах ошибки измерений опытных величин чаще всего описываются нормальным законом распределения (законом Гаусса):

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left[-\frac{(\mu - y_i)^2}{2\sigma^2}\right], \qquad (2)$$

где μ – математическое ожидание, являющееся наиболее вероятным значением случайной величины; σ^2 – дисперсия генеральной совокупности.

Каждая выборка характеризуется совокупностью следующих статистических характеристик:

1. Среднее арифметическое:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \,. \qquad (3)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $\bar{y} = 56{,}2$ мм.

2. Дисперсия смещенная:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^2. \qquad (4)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $\sigma^2 = 0{,}082$ мм^2.

3. Дисперсия несмещенная:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^2 \,. \qquad (5)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $S^2 = 0{,}09$ мм^2.

Несмещенная дисперсия S^2 является наиболее вероятной степенью отклонения y_i от среднего значения $\bar{y}$. Дисперсия называется несмещенной, если при любом размере выборки ее величина не изменяется.

Среднеквадратичное отклонение:

$$S = \sqrt{S^2}\,. \qquad (6)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $S = \pm 0{,}3$ мм.

Поскольку мера рассеяния результатов отдельных измерений от среднего значения должна выражаться в тех же единицах, что и значения измеряемой величины, то вместо дисперсии используют среднеквадратичное отклонение. Оно является важнейшей характеристикой результатов измерений и остается постоянным при неизменности условий эксперимента. Среднеквадратичное отклонение на графике плотности распределения $p(y)$ определяется расстоянием от оси симметрии до точек перегиба кривой.

Коэффициент асимметрии:

$$A = \frac{1}{n\sqrt{\sigma^3}} \sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^3 \ . \qquad (7)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $A = 0{,}2$ мм^2.

Коэффициент асимметрии A характеризует скошенность рассматриваемой функции плотности распределения вероятностей по сравнению с нормальным законом распределения. Так как $A > 0$ – то правый участок спада – кривой и вытянут.

Коэффициент эксцесса:

$$E = \frac{1}{n\sigma^2} \sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^4 - 3 \ . \qquad (8)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $E = -9{,}5$ мм^2.

Коэффициент эксцесса E характеризует степень остроты пика рассматриваемой кривой по сравнению с кривой нормального распределения. Так как кривая рассматриваемой выборки имеет $E < 0$ – то пик менее острый.

<u>Коэффициенты оценки нормальности распределения:</u>

$$C_1 = A\sqrt{\frac{(n+1)(n+3)}{6(n-1)}}, \qquad (9)$$

$$C_2 = E\sqrt{\frac{(n-1)^2(n+3)(n+5)}{24n(n-2)(n-3)}}. \qquad (10)$$

Расчет проведен в MathCad 15, $C_1 = 0{,}32$ и $C_2 = -3{,}78$

Коэффициенты C_1 и C_2 служат для количественной оценки близости рассматриваемого распределения к нормальному. Распределение считается ненормальным, так как не выполнены неравенства $|C_1| < 2\ldots3$, $|C_2| < 2\ldots3$.

Доверительный интервал:

$$[\bar{y} - u; \bar{y} + u], \tag{11}$$

где размах u определяется соотношением:

$$u = \frac{St}{\sqrt{n}}, \tag{12}$$

где t – коэффициент Стьюдента, определяемый в зависимости от доверительной вероятности p и числа степеней свободы $f = n - 1$. Значения коэффициента Стьюдента приведены в таблице 2.

Таблица 2 -Значения коэффициента Стьюдента

Число степеней свободы f	Доверительная вероятность p (уровень значимости α)			
	0,90 (0,10)	0,95 (0,05)	0,99 (0,01)	0,999 (0,001)
	t	t	t	t
1	6,31	12,71	63,66	636,62
2	2,92	4,30	9,93	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,92
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,50	5,41
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,58

Под доверительной вероятностью понимается вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал. Она характеризует достоверность или надежность измерения. Обычно в технологиях ОМД p = 0,95.

Расчеты проведены в MathCad 15:

$f = n - 1 = 10 - 1 = 9$;

$t = 2{,}26$;

$u = 0{,}21$;

Доверительный интервал, $[\bar{y} - u; \bar{y} + u] = [56{,}2 - 0{,}21; 56{,}2 + 0{,}21]$.

Число степеней свободы – это понятие, учитывающее связи, ограничивающие свободу изменения случайных величин. Это число определяется разностью между числом выполненных опытов и числом констант (средних, коэффициентов и пр.), подсчитанных по результатам тех же опытов.

Доверительный интервал служит для оценки области изменения параметра $\bar{y}$, в которой с некоторой вероятностью p будет заключено истинное среднее. Можно интерпретировать его по-другому: если провести ряд наблюдений (опытов, измерений), то доля попавших в интервал $[\bar{y} - u; \bar{y} + u]$ измерений составит величину p.

Выводы:

Из полученных значений C_1 и C_2 видно, что распределение функции ненормальное. Исходя из значений коэффициента асимметрии левый участок спада кривой и вытянут. Исходя из значений коэффициента эксцесса кривая рассматриваемой выборки имеет менее острый пик чем кривая распределения.

3. Методика выявления корреляционных связей между исследуемыми факторами

Цель работы:

Заключается в закреплении, углублении и расширении знаний студентов о корреляционном анализе, а так же практическое овладение методикой выявления корреляционных связей между исследуемыми факторами.

Порядок выполнения работы:

Используя экспериментальные данные, рассчитать коэффициенты корреляции между каждой парой параметров по формулам и внести данные в таблицу. Далее устанавливаем статистические значимые линейные связи и строим граф корреляционных связей, и по нему выбираем параметр оптимизации и зависимые параметры, потом между этими параметрами рассчитываем коэффициент линейной связи, после чего составить вывод и дать анализ.

Расчёты:

Исходные данные отображены в таблице 3.

Таблица 3 – Исходные данные

Н	Параметры

омер о пыта i	1	2	X 3	4
1	,74	,84	21,08	,5
2	,89	,86	101,78	,4
3	,71	,70	37,02	,1
4	,76	,57	40,41	,9
5	,62	,88	39,53	,4
6	,68	,66	37,39	,3
7	,72	,04	42,39	,6

Корреляционный анализ позволяет установить статистические связи (как правило, линейные) между параметрами модели и оказывает значительную помощь при оптимизации в ситуациях со многими параметрами. Суть корреляционного анализа заключается в определении коэффициентов парной корреляции между каждыми двумя параметрами (попарно) на основании имеющихся экспериментальных данных. При наличии высокой корреляции между параметрами любой из них можно исключить из рассмотрения, так как он не содержит какой-либо дополнительной информации об объекте исследования, кроме полученной с помощью другого параметра. Исключать нужно те параметры, которые труднее определять экспериментально или физический смысл которых менее ясен.

Количественно статистические связи между параметрами оценивают с помощью коэффициента парной корреляции *r*, который является мерой тесноты линейной связи между двумя случайными величина ми. В общем случае его величина может меняться от минус 1 до 1. Если *r* равен 0, то связь либо вообще отсутствует, либо отлична от линейной. Если он равен минус 1 или 1, то связь идеально линейная. Знак коэффициента корреляции указывает на направление связи: увеличение одной из переменных при положительной корреляции влечет за собой увеличение, а при отрицательной – уменьшение другой.

Коэффициент корреляции между парой параметров *xk* и *xm* определяется по формуле:

$$r_{km} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{mi} - \sum_{i=1}^{n} x_{ki} \sum_{i=1}^{n} x_{mi}}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x^2{}_{ki} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{ki}\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} x^2{}_{mi} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{mi}\right)^2\right]}}, \qquad (13)$$

где n – число опытов, равное 10.

Расчёты проведены в MathCad 15, коэффициент корреляции:

r_{12}= -0,110; r_{13}= 0,766; r_{14}= -0,033; r_{23}= -0,075; r_{24}=0,260; r_{34}= 0,106.

Коэффициенты парной корреляции между исследуемыми параметрами представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Коэффициенты парной корреляции

	x1	x2	x3	x4
x1	1	-0,110	0,766	-0,033
x2	-0,110	1	-0,075	0,260
x3	0,766	-0,075	1	0,106
x4	-0,033	0,260	0,106	1

После расчета коэффициентов корреляции между всеми возможными парами параметров устанавливают статистическую значимость коэффициентов, а именно проверяют гипотезу об отличии вычисленного значения коэффициента от нуля (нуль-гипотезу). С этой целью по таблицам распределения коэффициентов корреляции при выбранном значении доверительной вероятности p (чаще всего в технологических задачах ОМД p = 0,95) и числе степеней свободы $f = N – 2$ находят критическое значение коэффициента корреляции rкр (таблица 5).

Таблица 5 – Значения критического коэффициента корреляции $r_{кр}$

Число степеней свободы f	Доверительная вероятность р (уровень значимости α)			
	0,90 (0,10)	0,95 (0,05)	0,99 (0,01)	0,999 (0,001)
	$r_{кр}$	$r_{кр}$	$r_{кр}$	$r_{кр}$
1	0,988	0,997	1,000	1,000
2	0,900	0,950	0,990	0,999
3	0,805	0,878	0,959	0,992
4	0,729	0,811	0,917	0,974
5	0,669	0,754	0,874	0,951
6	0,621	0,707	0,834	0,925
7	0,582	0,666	0,798	0,898

$f = N – 2$=7–2=5.

Значение критического коэффициента корреляции $r_{кр}$=0,754.

Линейная связь считается статистически значимой в случае, если:

$$|r_{13}| \geq r_{кр}\,. \tag{14}$$

Подставив значения r_{13} и $r_{кр}$, $0{,}766 \geq 0{,}754$.

Выявленные с помощью корреляционного анализа линейные связи между параметрами, графически изображают в виде графа (рисунок 3).

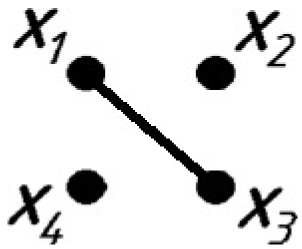

Рисунок 3 - Граф корреляционных связей

После установления статистически значимых корреляционных связей между парой параметров можно построить уравнение регрессии, позволяющее предсказывать один из параметров по другому. Если, например, предполагается предсказывать *xk* по значениям экспериментально определенного *xm*, то строят следующее уравнение линейной регрессии:

$$x_k = a_0 + a_1 x_m\,, \tag{15}$$

Коэффициенты a_0 и a_1 которого находят из выражений (16) и (17):

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ki} \sum_{i=1}^{n} x_{mi}^{\;2} - \sum_{i=1}^{n} x_{mi} \sum_{i=1}^{n} x_{mi} x_{ki}}{n\sum_{i=1}^{n} x_{mi}^{\;2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{mi}\right)^2}, \tag{16}$$

Расчёты проведены в MathCad 15, коэффициент a_0=0,618.

$$a_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_{mi} x_{ki} - \sum_{i=1}^{n} x_{km} \sum_{i=1}^{n} x_{ki}}{n\sum_{i=1}^{n} x_{mi}^{\;2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{mi}\right)^2}, \tag{17}$$

Расчёты проведены в MathCad 15, коэффициент a_1=0,002.

После установления статистически значимых корреляционных связей между парой параметров можно построить уравнение регрессии, позволяющее предсказывать один из параметров по другому. Строят следующее уравнение линейной регрессии:

$$x_k = a_0 + a_1 x_m, \tag{18}$$

Подставив рассчитанные значения a_0 и a_1 в (18), уравнение линейной регрессии:

$$x_1 = 0{,}618 + 0{,}002 \cdot x_3 .$$

Выводы:

Определены коэффициенты парной корреляции на основании имеющихся экспериментальных данных, выявлена линейная связь между параметрами x_1 и x_3, которая является статической, построен граф корреляционных связей. Построено уравнение линейной регрессии, позволяющее предсказывать один из параметров по другому.

4. Практическое овладение методикой значимости влияния исследуемого фактора на функцию отклика

Цель работы:

Заключается в закреплении, углублении и расширении знаний студентов о дисперсионном анализе, а также практическое овладение методикой значимости влияния исследуемого фактора на функцию отклика.

Порядок выполнения работы:

Используя экспериментальные данные, рассчитать характеристики в дисперсионном анализе параметров по формулам и внести данные в таблицу. Далее анализируем выполненную работу и делаем выводы о значимости влияния исследуемого фактора x на функцию отклика y.

Расчёты:

Результаты эксперимента по исследованию зависимости силы одноугловой гибки y от толщины заготовки x. Исходные данные отображены в таблице 6.

Таблица 6 – Исходные данные

i	x_i, мм	$y_{i,j}$, кН				
		yi,1	yi,2	yi,3	yi,4	yi,5
1	0,8	1,63	1,96	1,88	1,65	1,93
2	1,0	3,02	3,31	2,88	2,12	2,78
3	1,2	3,71	3,81	3,82	4,19	3,46
4	1,4	5,28	4,14	5,13	6,26	6,03
5	1,6	5,57	5,68	7,05	5,76	6,07
6	1,8	7,91	6,31	6,96	7,37	8,08
7	2,0	9,25	9,64	9,03	8,66	7,51
8	2,2	10,21	10,06	11,48	10,57	10,74
9	2,4	12,29	11,35	12,39	11,27	11,56
10	2,6	12,78	13,77	12,83	14,72	14,28

Дисперсионный анализ – метод математической статистики, определяющий влияние независимых факторов на функцию отклика путем разбиения дисперсии функции отклика на части.

Целью дисперсионного анализа является получение качественных оценок воздействия факторов при минимальном числе экспериментов. Дисперсионный анализ позволяет оценить значимость влияния фактора на функцию отклика. Если оказывается, что влияние фактора не значимо, то фактор отбрасывается и последующий регрессионный анализ выполняется с меньшим числом факторов. Так называемый «шум» характеризует влияние на функцию отклика неучтенных факторов. В зависимости от числа факторов модели дисперсионного анализа классифицируются на однофакторные, двухфакторные и т. д.

Расчет характеристик в дисперсионном анализе производится в следующем порядке.

1. Определяется $\overline{yi}$ – среднее значение наблюдений в i-м опыте плана:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} y_j . \qquad (19)$$

Среднее значение наблюдений рассчитано в MathCad 15, и представлено в таблице 7.

Таблица 7 – Среднее значение наблюдений

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{y}_i$	1,81	2,82	3,79	5,36	6,02	7,32	8,81	10,61	11,77	13,67

Вычисляется fy – число степеней свободы, которое при одинаковых объемах выборок в каждом i-м опыте:

$$fy = n(m-1), \tag{20}$$

где m – количество повторных наблюдений в каждом i-м опыте; n – количество опытов.

Количество повторных наблюдений рассчитано в MathCad 15, fy = 40.

После, вычисляется дисперсия наблюдения:

$$S_y^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij} - \overline{y}_i)^2}{f_y}, \tag{21}$$

где yij – величина j-го наблюдения в i-м опыте экспериментального плана.

Расчеты проведены в MathCad 15, $S_y^{\,2}$ = 2075,21.

2. Рассчитывается сумма квадратов $\overline{S}^2 x$:

$$\overline{S}^2{}_x = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{y}_i\xi_i - \overline{y}\right)^2}{f_x}, \tag{22}$$

где ξi – нормированное значение фактора x в i-м опыте:

$$\xi_i = \frac{(x_{\max} - x_0)}{\Delta x};\ x_0 = \frac{(x_{\max} + x_{\min})}{2};\ \Delta x = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2}, \tag{23-24}$$

где $x0$ – основной уровень нормированного фактора x, представляющий собой середину интервала [$x$max; $x$min] – максимальное и минимальное значения фактора x соответственно; Δx – интервал варьирования экспериментального плана:

$$\xi_1 = \frac{(2{,}6-1{,}7)}{0{,}9} = 1;\ x_0 = \frac{(2{,}6+0{,}8)}{2} = 1{,}7;\ \Delta x = \frac{(2{,}6-0{,}8)}{2} = 0{,}9.$$

Нормированное значение фактора x рассчитано в MathCad 15, и представлено в таблице 8.

Таблица 8 – Нормированное значение фактора x

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	2,6	2,4	2,2	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8
ξ_i	-1	-0,77	-0,55	-0,33	-0,11	-0,11	0,33	0,55	0,77	1

fx – число степеней свободы фактора:

$$fx = n - 1 \ , \tag{25}$$

$$fx = 10 - 1 = 9;$$

$\bar{y}$ – среднее значение наблюдений по всем точкам плана:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i \ . \tag{26}$$

Среднее значение рассчитано в MathCad 15, $\bar{y}$ = 7,20.

Используя все вышеперечисленные значения, рассчитана сумма квадратов $\bar{S}^2_x$ = 164639,33.

3. Устанавливается значимость фактора x при помощи критерия Фишера F:

$$F = \frac{\bar{S}_x^{\,2}}{S_y^{\,2}} > F_{KP}\,, \tag{27}$$

где Fкр – критическое значение критерия Фишера, равное 2,86.

Критерий Фишера F = 79, что намного больше критического значения, следовательно фактор x с заданной доверительной вероятностью p статистически значим и его необходимо учитывать в последующем регрессионном анализе. Результаты всех расчетов отображены в таблице 9.

Таблица 9 – Результаты однофакторного и дисперсионного анализа

i	$\bar{y}_i$	S^2_y	y	X_0	ξ1	$\bar{y}$	fx	$\bar{S}^2_x$	F	F_{KP}
1	1,81				-1					
2	2,82				-0,77					
3	3,79				-0,55					
4	5,36				-0,33					
5	6,02	2075,2	40	1,7	-0,11	7,20	9	164639,33	79	2,86
6	7,32				0,11					
7	8,81				0,33					

8	10,61				0,55					
9	11,77				0,77					
10	13,67				1					

Выводы:

Получили качественные оценки воздействия факторов при минимальном числе экспериментов. С использованием критерия Фишера, определили что толщина заготовки (фактор) *x,* с заданной доверительной вероятностью *p* статистически значима, влияет на силу одноугловой гибки и это нужно учитывать при регрессионном анализе. Так как влияние фактора значимо, то он не отбрасывается и последующий регрессионный анализ выполняется с большим числом факторов.